

Balance y perspectivas de la Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

Angel Ruiz

Director

Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

Ministerio de Educación Pública y Fundación Costa Rica Estados Unidos para la Cooperación

Centro de Investigaciones Matemáticas y Metamatemáticas

Universidad de Costa Rica

<http://angelruizz.com>

ruizz.angel@gmail.com

Resumen

Se realiza un balance del camino recorrido por la reforma curricular en las matemáticas escolares de Costa Rica (2012–2015). Se puntualizan algunas de sus condiciones: elementos del currículo y una original "*perspectiva de la praxis*", el desarrollo desigual de la implementación, el papel de las asesorías regionales de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública (MEP), el lugar estratégico de lo virtual en la reforma, la integración de habilidades como una política decisiva, la necesidad de cambios en la evaluación y la urgente llamada para una reforma de la macroevaluación, las condiciones en el desempeño profesional de los docentes que afectan la implementación curricular, la formación inicial que aportan las universidades. Se identifican prioridades en el desarrollo de esta implementación curricular. Se analizan algunas de las acciones del *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica* dentro de este escenario y se redefinen sus perspectivas para proseguir esta reforma educativa, la más profunda que ha asumido Costa Rica desde hace muchos años.

Abstract

An assessment of the curricular reform in the School Mathematics of Costa Rica (2012–2015) is carried on. Some of its characteristics are pointed out: elements of this curriculum, the original "*praxis perspective*", the uneven development of the curricular implementation, the role of the Math Regional Advisers of the Ministry of Public Education (MEP), the strategic role of the virtual in this reform, the integration of knowledge and skills as a central policy for this implementation, the necessity for changes in the assessment and the urgent call for a reform of the final national test ("Bachillerato"), the professional development of teachers and its influence in the curriculum implementation, the role of pre-service teacher training provided by universities. Priorities for the progress of this curricular reform are identified. And some of the actions of the Project "Mathematics Education Reform in Costa Rica" within this scenario are studied, and its perspectives are redefined to develop the most profound educational reform that Costa Rica has undertaken during many years.

Cuando en la segunda mitad del 2010 se me propuso elaborar un nuevo currículo de Matemáticas, nunca imaginamos lo complejo que el proceso podía resultar. No

solo porque se trataba de las complicaciones de una construcción intelectual que debía recurrir a múltiples fuentes nacionales e internacionales, y auscultar resultados y tamizar experiencias de una manera lúcida. Lo difícil era también lograr que un producto de avanzada con parámetros internacionales pudiera morder la realidad nacional. Y en poco tiempo, ni siquiera 4 años de distancia, es posible ya establecer una primera valoración: se ha dado un avance formidable. Varios de los elementos que participan en este proceso de reforma deben ser objeto de reflexión no solo por razones intelectuales sino, lo más importante, para permitir hacer un balance y trazar nuevas perspectivas: definir las acciones y énfasis pertinentes dentro de este escenario.

1 Un currículo con calidad y pertinencia

El nuevo currículo de Matemáticas (MEP, 2012) se aprobó oficialmente el 21 de mayo del 2012. Pero este resultado no fue fácil. Debates y batallas fueron libradas, a veces enfrentando voces discordantes de universidades públicas, otras de gremios o de individuos que enseñaban temor cuando no era incomprensión o incluso en varios casos celos profesionales (una reseña de esta historia en Ruiz (2013)).

Conceptos y fronteras de la propuesta curricular desde un inicio debieron ser trastocadas para ajustarse a lo que debía ser una decisión positiva para Costa Rica. Teóricamente era posible haber ido más lejos, avanzar en más ideas, objetivos y métodos, pero las realidades de carne y hueso y aquellas mentales colocaban límites a lo realizable. Se aprobó un excelente currículo ajustado al escenario nacional, y por supuesto siempre se trataba de un constructo transitorio y mejorable.

Entre los elementos especiales de este currículo se encuentran:

- Una competencia matemática consignada como fin último del currículo que se asocia a una visión *pragmática* que busca promover capacidades ciudadanas para la vida, y por lo tanto permite nutrir el interés de los individuos en las Matemáticas, y entonces favorecer su aprendizaje. Existe una conexión estrecha entre la búsqueda de esta competencia, y los contenidos y reglas metodológicas establecidas en estos programas.
- No se trata de un currículo que organiza su malla curricular por medio de competencias, sino que éstas —que se identifican como capacidades cognoscitivas superiores— se proponen como objetivos a desarrollar durante la mediación pedagógica, en particular realizando procesos matemáticos, trabajando en diferentes niveles de complejidad y organizando las lecciones mediante problemas seleccionados. Se trata de una perspectiva original en la asociación de estos elementos curriculares. Y plenamente aterrizada en el suelo local, pues a pesar de las bondades que podría tener una organización curricular por competencias, ésta supondría ciertas condiciones docentes de partida que el país no ha construido. De igual manera, no fue solo un asunto de oportunidad histórica, sino también una visión sobre el currículo: comenzar con los contenidos matemáticos permite no separarse de una larga historia en la enseñanza de las Matemáticas (y de la preparación docente), y coloca la construcción de competencias en el lugar apropiado, en el aula. Supone entonces una valoración del papel de la mediación pedagógica. No es el texto curricular en

sí mismo el que provoca competencias, es la acción de aula con ciertas condiciones, y eso depende del contexto local donde se realiza la acción educativa.

- La visión de la resolución de problemas que introduce constituye una estrategia de organización de la lección, a la que se asocia un énfasis en los problemas del contexto real, ambos con base en los principales hallazgos de la experiencia e investigación en la Educación Matemática internacional. Esto es importante remarcarlo pues se rompe no solo con el paradigma conductista para definir un currículo, sino con otras aproximaciones de lo que es la resolución de problemas: aunque con intersecciones con esos enfoques, no se interpreta como un medio para desarrollar en los estudiantes capacidades resolutorias para los problemas.
- Tiene como ejes disciplinares el uso fuerte e inteligente de tecnologías y el uso de la historia de las Matemáticas, pero de una manera precisa asociados a la construcción de aprendizajes matemáticos identificados en el currículo: no se trata de la historia o la tecnología en sí mismas, sino en función de las necesidades de la implementación del currículo, de la construcción de aprendizajes matemáticos específicos.
- En cada una de las cinco áreas matemáticas que define el currículo se incluyen reflexiones y aportes basados en la experiencia de la Educación Matemática internacional: sentido numérico y visión pragmática de los números, visualización y representación analítica de los objetos geométricos, cultivo del pensamiento algebraico, integración de lo simbólico y funcional, estadística y probabilidades para la organización de la información y la toma de decisiones. Y la aproximación que se tiene en cada una de ellas se integra con la perspectiva general que se busca: la competencia matemática.

En la construcción de este currículo siempre se partió de lo que se supuso era posible de realizar en el país aunque ameritando un sostenido esfuerzo nacional: no se plantearon utopías pero tampoco se quiso limitar las expectativas a un mínimo paralizante y poco edificante. Y esto es importante: no es un currículo que demanda poco. Debido a las condiciones nacionales de partida el cambio curricular debía asumirse desde un inicio como una tarea de gran esfuerzo y su implementación debía siempre ser colocada en una perspectiva estratégica: invocación necesaria de varios años de trabajo.

2 El espíritu que sostiene el currículo costarricense y su implementación

No se puede perder de vista que el currículo costarricense se sostiene en una vigorosa actitud intelectual. Es más que un conjunto de contenidos o un libro cargado de signos: una auténtica guía para la acción de aula. Aun falta tiempo para que los docentes se apropien completamente de él, pero tiene una poderosa vocación pragmática que permite su aprehensión por los profesores. Y eso no es casualidad, pues así se concibió desde su incubación temprana. El currículo costarricense fue pensado para la acción, para pegarse a la realidad, tener significado social. De ahí los términos *perspectiva de la praxis* que hemos utilizado (Ruiz, 2013) para subrayar el sustrato y espíritu que lo sostienen. Una orientación que puede consignarse identificando cinco de sus características:

1. *La implementación ilumina el diseño curricular.* No se trató de diseñar un programa "in vitro" que luego se buscaría implantar de alguna manera. El diseño del currículo estuvo determinado desde un principio por lo que se deseaba en la práctica, para la acción de aula. El texto curricular es una acción dentro de una perspectiva general de reforma que invoca procesos de capacitación, formación y múltiples recursos de apoyo al docente.

2. *Se parte de una visión pragmática de la formación matemática escolar.* El propósito más amplio propuesto para la preparación matemática escolar es robustecer su sentido pragmático: no plantea meramente la ampliación de contenidos o el dominio de las típicas destrezas del matemático. Esta nueva visión se expresa en la adopción de la noción de "competencia matemática" similar a la que consigna el marco teórico de PISA del 2003. Se establecen cinco ejes curriculares con una vocación práctica, otro ejemplo, énfasis que se desean desarrollar en el escenario específico que vive Costa Rica, orientaciones para el fortalecimiento de mayores capacidades cognitivas que pretenden una mejor actuación en la vida.

3. *Una filosofía de las Matemáticas específica constituye el fundamento más general del currículo.* Hay una valoración de las Matemáticas como construcciones históricas y culturales con un peso fuerte del mundo empírico, físico y social, que sostiene la visión sobre las Matemáticas escolares y la actitud teórica hacia el diseño curricular. Esta es una visión basada en los trabajos de A. Ruiz (1987, 1990a, 1990b, 1992, 1995a, 1995b, 1995c, 2000, 2001, 2003).

4. *Utilización pragmática de los hallazgos de investigación y prácticas exitosas internacionales.* Hay en la fundamentación, en la malla curricular y en el currículo en general una utilización autóctona y funcional de los elementos que se identifican en la investigación y la experiencia de la Educación Matemática internacional.

5. *Construcción de una teoría propia del currículo.* No solo no se ha adoptado un modelo externo al país: se ha realizado una construcción intelectual propia, avanzando ideas sobre el diseño curricular y su implementación, una contribución a la investigación y experiencia internacional; estos resultados se dirigen a condiciones en un país periférico, en vías de desarrollo.

Los ritmos y las estrategias para realizar una reforma en la Educación Matemática dentro de un país en desarrollo son especiales en tanto las macro condiciones sociales y educativas imponen restricciones y limitaciones. En Costa Rica, las acciones reformadoras han sido muchas y realizadas en tiempos siempre perentorios. Esto ha condicionado los ritmos y las condiciones de la reforma. De manera simultánea y combinada: se elabora y reelabora el currículo, se dan capacitaciones, se trabaja con tecnologías en diversos grados en distintos escenarios, se generan documentos y recursos, se enfrentan "cuellos de botella" institucionales, se organizan seminarios y eventos académicos nacionales e internacionales. La experiencia que se realiza en este país constituye ya un referente a tomar en cuenta por otros países con similares condiciones.

3 La continuidad de la voluntad política: un axioma

Las acciones por la reforma no han estado libres de obstáculos. No todos apoyaron los programas desde su inicio, ni todos los apoyan ahora. Pero fue decisivo que la segunda administración del ministro Garnier (2010–2014) se comprometiera con su diseño y también con su implementación. Ofreció una oportunidad histórica para las Matemáticas del país.

El medio más importante que se dio este país para la elaboración e implementación de esta reforma educativa es el *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica* (PREMCR). Un proyecto de la *Fundación Costa Rica Estados Unidos para la cooperación* (CRUSA) cuyo beneficiario y socio operativo principal es el Ministerio de Educación Pública (MEP). No es usual en todas las latitudes que una entidad privada constituya el principal soporte para un cambio en la educación pública de un país. Eso revela un mérito de esa entidad como la madurez nacional para abordar este tipo de tareas mediante una alianza estratégica de lo privado y público. Entre el 2012 y el 2013, el Proyecto contó con el compromiso y apoyo del MEP según los términos acordados con CRUSA.

En el último semestre de esa administración, sin embargo, los reformadores vivieron momentos de gran zozobra, pues por diversas razones muchos de los soportes y recursos que debía aportar el MEP y que requería el PREMCR (especialmente humanos) se vieron debilitados.

Costa Rica vivió un cambio de su gobierno en el 2014. Un nuevo partido político emergió en el poder. Y dada la significativa transición política algunas voces y figuras en contra del nuevo currículo esperaban que con ese cambio de gobierno los programas “cayeran”. Ese año fue de tremenda incertidumbre para la reforma. En varias instituciones algunos se quedaron “congelados” durante meses esperando esa caída. Y, en ciertos pocos casos, tratando de empujarla. Este fenómeno tuvo un hábitat especial dentro del mismo MEP. Debe reconocerse que el nuevo currículo y sus procesos de implementación han significado un cambio importante en tareas y una demanda de preparación mucho mayor. No solo para los docentes sino también para los funcionarios administrativos o técnicos del MEP. La zona de confort de algunas personas se vio afectada. Y como en todo cambio social, siempre es inevitable que haya partidarios y adversarios. A finales del 2013 y principios del 2014 la duda se erigió cuan Espada de Damocles sobre la cabeza del Proyecto.

Con el transcurrir del 2014 y el 2015, el destino del currículo y su implementación se decantaron: los nuevos programas se han visto afirmados. Incluso, encontraron un mayor apoyo de parte de una nueva administración gubernamental. Este elemento es decisivo: en última instancia una reforma curricular tan amplia y profunda y llena de tantas esquinas no puede tener éxito si no cuenta con un vigoroso apoyo político. Es un axioma. Y la continuidad es decisiva. Por diversas razones, con mucha lucidez y fortaleza, la administración de Sonia Marta Mora como ministra de educación pública (2014–2018) ha asumido esta reforma como una prioridad de su administración, y por lo tanto sus posibilidades históricas de éxito se han multiplicado exponencialmente.

4 La organización de la lección ha avanzado

Poco a poco ha ido calando una visión de la resolución de problemas que busca organizar las clases nacionales, un modelo que se nutre además de la realidad nacional de lecciones y experiencias de la Educación Matemática internacional. Poco a poco se han abierto espacio los cuatro momentos en la lección para construir aprendizajes: presentación de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa, y clausura o cierre.

Debe reconocerse que asumir este modelo no es fácil en tanto, para empezar, la selección del problema, ya en sí misma, es un desafío, e invoca una experticia docente que no ha sido generada hasta ahora por las instituciones formadoras. Pero tampoco es tan difícil y complejo como algunos de los detractores de los programas afirman. Es lo que se hace desde hace bastantes años en muchos países dotados de sistemas educativos de calidad.

Se podría pensar que este esquema de cuatro pasos es demasiado rígido, que no era necesario establecer un esquema. Con otro escenario educativo tal vez no habría sido necesario dar un modelo, pero en el costarricense resultaba importante para poder apuntalar con fuerza y en pocos años una enseñanza de las Matemáticas con un nivel superior y una calidad mayor. Un currículo es siempre temporal y debe corresponder a un momento histórico; en el futuro tal vez no sea necesario proponer más un esquema específico de la lección. Pero ahora era absolutamente necesario.

En la aproximación que sostiene este currículo se puede apreciar la influencia de una lectura que hicimos de la lección japonesa: identificación precisa de momentos en la lección (Shimizu, 2007; Ruiz, 2011). Aunque también de la escuela "holandesa" de Educación Matemática: el sentido que el contexto puede jugar en la construcción de aprendizajes, invocación de un uso de "modelos", lo que está consignado en el currículo como "contextualización activa" (Freudenthal, 1973, 1983, 1991). Algunas ideas de la teoría "francesa" de las situaciones didácticas han sido instrumentalizadas e incluidas: la "institucionalización" como clausura de una clase, o el evitar el efecto Topacio dentro de la acción del trabajo estudiantil independiente (Brousseau, 1998). También están presentes elementos del marco teórico de las pruebas comparativas PISA: niveles de complejidad en los problemas, competencias como capacidades a generar (OECD, 2003, 2005, 2010); y de las ideas del *National Council of Teachers of Mathematics* de los Estados Unidos: definición de procesos matemáticos como actividades que provocan las competencias (NCTM, 2003, 2010). Pero la forma en que se fusionan en el currículo costarricense es totalmente original, y busca orientar el proceso de reforma en la realidad social nacional.

Esta perspectiva especial ha sido difícil de comprender por aquellos que identificaban la resolución de problemas simplemente como potenciación de destrezas resolutorias o estrategias para enfrentar problemas, algo propio de las olimpiadas de Matemáticas u otras aproximaciones pedagógicas. Todavía hay quienes haciendo una lectura superficial pierden de vista que en este currículo hay un enfoque particular de la resolución de problemas.

5 Desarrollo desigual y “regionalización” de la implementación

A casi tres años desde su aprobación por el Consejo Superior de Costa Rica ya se han visto cambios notables. La implementación va caminando bien dentro de lo se puede, en algunas direcciones regionales de educación (Costa Rica se organiza por medio de 27 regiones educativas) con mayor intensidad que en otras, en algunas instituciones con mayor o menor fuerza. Pero los programas siguen avanzando en la conciencia nacional.

Una de las características vislumbradas es una mayor receptividad hacia la reforma por parte de los docentes de primaria, y otra un cierto rechazo de docentes de secundaria en algunos centros educativos urbanos grandes. Mucho apoyo de docentes de primaria y secundaria en zonas rurales y en centros educativos pequeños y medianos (MEP, PREMCR, 2014 k, 2014 l). Estas diferencias deberán dar lugar a estrategias en el MEP para proporcionar el asesoramiento específico y un apoyo diferenciado en los diversos escenarios.

Es sin embargo de notable importancia, y existe conexión con la situación descrita antes, que la evolución de la reforma es desigual en las regiones educativas. Esto ha obedecido en parte a circunstancias sociales, materiales e incluso culturales que difieren. Sin duda, la calidad profesional de los docentes, por ejemplo, varía en las regiones. En algunas hay más graduados de universidades estatales, con mejor formación inicial. Las oportunidades de conexión a internet son desiguales. Las distancias a recorrer para realizar acciones educativas también son distintas. Sin embargo, en cuanto a la penetración de la reforma, el papel de las asesorías pedagógicas regionales de Matemáticas ha ocupado un rol central. De sus capacidades, condiciones y voluntades ha dependido mucho en el progreso de la implementación. Y eso se refleja en las capacitaciones y asesoramientos que se realizan, en la actitud de los docentes hacia la reforma, en la gestión de aula que se realiza.

La reforma curricular ha trastocado las funciones de los asesores regionales convirtiéndolos en auténtico puntos de referencia en sus regiones, líderes. Y por eso su responsabilidad en la implementación de los programas se ha vuelto decisiva. Una de las conclusiones a que esto conduce es que estos funcionarios del MEP deben tener un apoyo mayor en reconocimiento, recursos y condiciones de trabajo. Pero hay otra implicación tal vez más fuerte: una perspectiva de regionalización de la implementación se ha vuelto estratégica. Es decir, el MEP deberá potenciar procesos regionales: apoyo y capacitación en las regiones con un sustento nacional. Esto será relevante, en particular, para los objetivos del *Proyecto Reforma de la Educación Matemática* en los siguientes años: un trabajo enfocado a las regiones. Esto se podrá traducir en atender las regionales de diferente manera con una estrategia progresiva. Algunas pueden jalar a otras en sus avances de implementación. Servir como modelos o ejemplos de buenas prácticas.

En los siguientes años, las asesorías regionales de Matemáticas deberán poder contar con capacitaciones específicas y un empoderamiento que permitan seguir edificando el lugar crucial que tienen y que deberán tener en los siguientes años de la implementación curricular.

6 Integración de habilidades: una orientación estratégica

Un avance importante en medio de esta reforma es que, de diversas maneras, cada día se subrayan colectivamente más elementos valiosos contenidos en el nuevo currículo. Sobre integración de habilidades y conocimientos, por ejemplo, el texto curricular no se extiende más allá de unos pocos párrafos. Sin embargo su importancia y fortaleza son centrales: esta integración es consubstancial al enfoque de la resolución de problemas que el país aprobó. Una estrategia que no se reduce a potenciar capacidades en la resolución de problemas sino a organizar la clase por medio de problemas adecuadamente escogidos. Se trata de construir aprendizajes usando problemas. Y esto no se puede hacer si no se trata de integrar los diversos objetivos y habilidades presentes en realidades que en sí mismas están articuladas y pegadas con cemento.

La resolución de problemas demanda integración de habilidades tanto en el planeamiento, la gestión de aula como en la evaluación. Y aquí todavía existe incompreensión pues aun pesan muchos años de un conductismo que estableció la perspectiva de los objetivos operativos y de la desagregación en partes de los conocimientos y habilidades. Esta ausencia de una visión integradora más cercana a la construcción cognoscitiva es todavía un reto.

En la experiencia de Costa Rica se ha podido identificar esta perspectiva integradora como un instrumento poderoso para apoyar su implementación; pero no es solo que corresponda con el enfoque del currículo, es que esta permite que los docentes comprendan mejor ese enfoque, que visualicen de manera muy práctica cómo la gestión de aula se puede concentrar y racionalizar dentro de cursos lectivos donde nunca sobra el tiempo, pues las contingencias diversas no dejan de actuar.

Esto significa que elaborar recursos y desarrollar capacitaciones docentes alrededor de la integración de habilidades posee un sentido *estratégico* para los siguientes años de la reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Constituye uno de los énfasis que el país deberá seguir.

Esta es precisamente la razón por la que el *Proyecto* elaboró, desde el 2013, múltiples documentos mostrando cómo se puede llevar a las aulas la integración de habilidades (para todos los niveles), capacitaciones presenciales en el 2014, y además en el 2015 desarrolla un plan piloto en busca de hallazgos y ejemplos de buenas prácticas en conexión con esta temática (MEP, PREMCR, 2014a, 2014b, 2014c, 2014d, 2014e, 2014f, 2014g, 2014h, 2014i, 2014j).

7 Desafíos en la evaluación de aula y en la macroevaluación

Otra acción estratégica refiere a la evaluación. No se podrá implementar realmente este currículo si no se modifica la evaluación. Y aquí se deberían establecer prioridades. Sin duda la evaluación de aula es crucial, y debería acompañar la puesta en marcha del currículo, alimentar la construcción de aprendizajes con base en el enfoque. No obstante, es posible seguir usando el actual reglamento oficial de evaluación realizando algunos ajustes. El énfasis aquí debería estar en cómo apuntalar la perspectiva de la resolución

de problemas en la gestión de aula que implica una manera de evaluar: potenciar ítems de desarrollo y la resolución de problemas con el nuevo enfoque.

Lo que es, sin embargo, una auténtica prioridad es transformar la macroevaluación. El sistema con ítems de selección única que ha permanecido por más de tres décadas es insuficiente para dar oportunidades a una evaluación más cercana al nuevo enfoque curricular. Procesos matemáticos, niveles de complejidad en los problemas, y las demandas cognitivas que se subrayan en estos programas, son difíciles de encasillar en pruebas con solo selección única. Y más aun: la modalidad de la prueba nacional debería tener gran correlación con la evaluación de aula.

Para que no quede duda de nuestra opinión: en Matemáticas la prueba de bachillerato debería contener solamente ítems de desarrollo. Es la manera como se hizo en otros tiempos en el país, y es la forma como se hacen este tipo de pruebas en varios países con sistemas educativos de gran calidad. La facilidad, "mayor control" y menor costo de las pruebas de selección ya deberían abrir lugar a exámenes con solo desarrollo. Sin embargo, una orientación en esa dirección no es sencilla de implementar, sería un cambio tal vez demasiado drástico. Y por eso sería correcta una perspectiva con exámenes de bachillerato donde al menos la mitad esté compuesta por ítems de desarrollo. Más adelante se podrá avanzar hacia solo ítems de desarrollo.

El *timing* es aquí relevante: es necesario moverse rápido en esa dirección, aunque sea de manera gradual. Este gran paso no debería tomar más de tres años. Desde el 2012 el país está esperando ese cambio.

Ahora bien, debe tenerse en mente que la primera aplicación de pruebas de bachillerato con el nuevo currículo en el 2016 no estará libre de complejidad, y de conflictos. En primer lugar porque la implementación del currículo en el país es desigual, porque algunas instituciones privadas torpemente han rechazado aplicar este currículo, y porque es un cambio significativo para todos. Se requiere de una sabia estrategia para incorporar la reforma de las pruebas nacionales con éxito. No se trata de una orientación anclada solamente en las dimensiones cognoscitivas del programa sino que también en aquellas de carácter social. Hay que tener inteligencia: no debe provocarse un desgarramiento social.

Una prueba que incluye ítems de desarrollo invoca a una población mucho mayor en todas las fases del proceso de evaluación. Y eso implica cambios en la manera en que se ha realizado esto durante décadas. Será necesario un replanteo de tareas, tiempos y recursos.

Para la implementación curricular en Matemáticas en lo que a la evaluación se refiere esta es la principal prioridad nacional. El bachillerato condiciona mucho lo que se hace en las aulas.

Evaluación de aula y macroevaluación no persiguen los mismos propósitos pero deben ser congruentes y tener más semejanzas que diferencias. Y el país no puede esperar más para realizar cambios significativos en ellas. Sin embargo, se deberá estar alerta pues la influencia del conductismo y el facilismo (minimizar las exigencias cognoscitivas) acechan estos procesos. No se debe, por ejemplo, plantear una gestión de aula mediante

problemas y seguir una evaluación que separa inapropiadamente las habilidades y las evalúa con ítems separados.

Otro asunto relacionado con la evaluación son las pruebas comparativas internacionales. Esto es importante pues el país ha tenido la madurez para empezar a usar instrumentos internacionales que aunque desnuden nuestra realidad por eso mismo permiten abordarla con mayor pertinencia. Los resultados de Costa Rica del 2009 y 2012 aportaron importantes lecciones. En esa dirección sin embargo será esencial el fortalecimiento de las condiciones y recursos para realizar esas pruebas internacionales.

En el desarrollo de un nuevo bachillerato y el fortalecimiento de las pruebas comparativas internacionales la perspectiva regional debería estar presente. El papel de las direcciones regionales de educación deberá ser instrumental.

8 El futuro dentro del presente: el lugar de lo virtual en la implementación curricular

Uno de los aspectos interesantes de resaltar en esta reforma curricular es el papel de lo virtual. Este se ha integrado con fuerza en tres actividades del *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*: cursos bimodales, cursos virtuales y comunidad virtual de Educación Matemática.

Los procesos de capacitación que ha ofrecido el *Proyecto* en estos años han calado. Se ha desarrollado un liderazgo pedagógico en las regiones que es corporalizado en primer lugar por asesores pedagógicos regionales de Matemáticas. Y por centenares de docentes de Primaria y Secundaria en todo el país que se han sumado a esta causa, que ya era una deuda histórica en Costa Rica. Una perspectiva nutrida por hallazgos internacionales en la Educación Matemática (Barber & Mourshed, 2007).

Los cursos bimodales (convergencia de sesiones presenciales y de trabajo en línea) han constituido un auténtico baluarte. Definieron una estrategia nueva: un mismo curso para líderes que debía replicarse en las regiones educativas. No se trataba de la estrategia tradicional de cascada (cono a veces se dice para atacarla), sino de una orientación diferente basada en las posibilidades de la tecnología, cursos con fuerte contenido en trabajo en línea. En estos se da una congruencia entre las actividades presenciales y aquellas que se hacen en línea. Pero el hecho de trabajar con la plataforma Moodle representa no solo una forma de interactuar con los conocimientos que se quieren generar en los docentes, sino también apropiarse de un entorno de aprendizaje sintonizado con las tendencias actuales en la formación educativa.

Dentro de ellos, por ejemplo, fue un auténtico hallazgo lograr capacitar en el uso de tecnología para el aula de una manera completamente virtual, en un escenario nacional donde no todos los lugares e instituciones tenían acceso a las mejores condiciones en infraestructura y tiempos para sesiones de capacitación. Ahí nacieron las “unidades virtuales de aprendizaje” que este proyecto desarrolló en el 2013.

Los bimodales realizados en el país han tenido dos escenarios: uno con docentes líderes impartidos directamente por el *Proyecto*, y el otro administrado por el Instituto de Desarrollo Profesional IDP del MEP, y dado en las regiones educativas por los asesores pedagógicos regionales con el apoyo de docentes líderes. Las calidades y condiciones de los cursos en las regiones (con una naturaleza masiva) han dependido de varios elementos: uno de ellos el entorno sociocultural, las facilidades de las direcciones administrativas regionales, pero también del trabajo y la actitud de los asesores regionales. Se ha dado un desarrollo desigual. A esto debe añadirse que el soporte en la administración por parte del IDP (la plataforma Moodle y el apoyo en todo lo administrativo y de gestión) no ha sido el mejor, en parte porque los recursos humanos y materiales con los que se ha contado no han sido suficientes, a pesar de que el *Proyecto* manifestó (desde el mismo 2011) a la administración gubernamental anterior que era necesario este mejoramiento en las condiciones del IDP. Para tener un mayor éxito, estos cursos deberían poseer un mayor apoyo del MEP.

El punto sin embargo es que estos bimodales han sido instrumentales a la implementación curricular en el periodo 2011–2015. Sus logros son innegables. Pero una nueva etapa se ha abierto. En el periodo que sigue la estrategia nacional a seguir debe pasar por otro énfasis: *un papel aun mayor de la educación virtual*.

El 2014 vio los primeros siete MOOC (*Massive Open Online Courses*) de Costa Rica y los primeros de América Latina dirigidos a la capacitación docente. En el 2015 se ofrecerán 12 cursos virtuales, que ya han roto con las fronteras de la educación a distancia y de los cursos virtuales tradicionales en el país. (<http://cursos.reformamatematica.net>). La modalidad de los MOOC, cursos gratuitos y masivos, con base en videos sencillos y un contacto rico con sus profesores, constituye una perspectiva poderosa. Costa Rica se ha colocado a la vanguardia regional con estos cursos, a los que le ha imprimido una dirección propia distinta a la que poseen en otras latitudes. En el 2014 se dieron los cursos usando una plataforma que sirvió los propósitos de entonces pero con grandes limitaciones: *Class2go*. Más de un centenar de docentes aprobaron estos cursos. Incluso hubo docentes de fuera de Costa Rica. Los niveles de aprobación fueron altos para aquellos que al menos hicieron la primera actividad. En el 2015 se usa la plataforma *Open edX* con muchas mayores prestaciones, calidades gráficas, y soporte para profesores de los cursos y los participantes (<https://open.edx.org>). El impacto nacional de estos cursos potenciará esta modalidad, no solo en la capacitación docente sino en otras dimensiones de los quehaceres de la educación en su conjunto.

Estos virtuales fueron inicialmente concebidos como complementarios a los bimodales, para llegar a muchas partes e individuos, para apoyar las acciones de los asesores regionales y los líderes docentes en todo el país. Sin embargo, su fisonomía se ha transformado en la realidad de la implementación.

En los pasados años, además, se han dado decisiones nacionales que limitan aun más la posibilidad de sesiones presenciales de capacitación en servicio. Una de las más delicadas son pronunciamientos legales que restringen sacar docentes de las aulas para realizar procesos formativos, en parte porque no se ha podido sustituir adecuadamente la atención que el docente brinda a sus estudiantes mientras sale a realizar esos procesos.

Las dificultades que atraviesa el país para poder realizar capacitaciones presenciales, las limitaciones de los docentes con jornadas rígidas, los cuellos de botella y debilidades que existen en varias regiones educativas, refuerzan el lugar de los cursos virtuales. En perspectiva, se convertirán en uno de los mejores instrumentos para proseguir la capacitación de docentes en servicio. Y por eso mismo estos cursos deberán ocupar el mayor espacio en las acciones de formación continua que se brinden en el país. Este es otro cambio de paradigma. Los virtuales constituyen una apuesta visionaria, pues todo en el mundo apunta al progreso de la virtualidad en los procesos formativos. Aquí la distancia se rompe, pero de alguna manera también se rompe el tiempo.

Y la virtualidad se vuelve aun más social cuando se ofrece una comunidad de práctica que se comunica en ese territorio: una comunidad virtual de Educación Matemática, que también traza puentes con las redes sociales que hoy ocupan un lugar primordial en las interacciones humanas. Esta es una acción de este *Proyecto* que apoya todos los elementos que apuntalan la implementación curricular. Desde que se creó esta comunidad en el 2013 ha brindado soporte a centenares de docentes. En el 2015 se ha transformado con mayor fuerza para interconectar con profundidad todas las acciones del proyecto, así como establecer poderosos vínculos con las redes sociales más importantes.

En los años que siguen, con sabiduría, se deberán combinar cursos virtuales con sesiones presenciales aunque, y esto es importante: localizadas en algunas regiones educativas que por diversas razones se encuentren rezagadas en la implementación curricular. Aquí la convergencia con la acción de las asesorías regionales será fundamental.

La experiencia que se habrá sostenido por varios años con el uso de plataformas tecnológicas, el uso intenso de la Internet, y el cultivo poderoso de la virtualidad en las capacitaciones docentes y en las interacciones profesionales, potenciarán una cultura educativa nueva que ya no se podrá abandonar en el país. Todo apunta en el mundo a potenciar acciones educativas y trabajo con los docentes por medio de la tecnología de la comunicación. Costa Rica está dando pasos gigantescos hacia el futuro.

El trabajo de vanguardia de estas acciones desarrolladas en Costa Rica ha sido reconocido por la comunidad internacional de Matemáticas y su enseñanza: por ejemplo, en agosto del 2014, A. Ruiz fue invitado como orador por la *International Mathematical Union* a un panel selecto sobre MOOCs en el *International Congress of Mathematicians* en Corea del Sur (<http://www.icm2014.org>), un panel donde fueron invitados además especialistas de Estados Unidos, Finlandia y Nueva Zelandia.

9 Desafíos más generales: la preparación docente

Por más avances que se puedan consignar, hay condiciones nacionales generales que limitan el decurso de la implementación curricular en Matemáticas. Y no pueden dejarse de señalar. Una de las más importantes son las características de los docentes de Matemáticas. Sin duda seguirá pesando un entorno nacional con debilidades en la formación inicial de docentes, y la ausencia hasta hace poco tiempo de procesos continuos de capacitación (véase: Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez & Salas, 2013).

No se debe olvidar que un examen diagnóstico que se aplicó a docentes de secundaria en el 2010 manifestó deficiencias graves en la formación en contenidos matemáticos de una gran parte de los docentes que participaron: un 43,3% no pudo contestar la mitad de la preguntas y casi un 20% obtuvo rendimientos muy bajos (MEP, Departamento de Gestión y Evaluación de la Calidad Educativa, 2010 y 2011). Y esto es grave: los ítems fueron tomados de las pruebas de bachillerato. Un nivel muy bajo si se compara con las pruebas que deben realizar los docentes en países con sistemas educativos de gran calidad. El desempeño profesional y la calidad de la formación docente están en la mira.

En esta situación pesa la ausencia de claridad en cuanto a la preparación docente que se da en universidades privadas. Este asunto es preocupante pues los licenciados en enseñanza de las Matemáticas que ofrecen todas estas instituciones superan en mucha proporción el número de los graduados en las estatales. Algunos datos: entre 2008 y 2012 las privadas generaron 538 bachilleres y 491 licenciados y las estatales 490 bachilleres y 122 licenciados. No pareciera que este proceso se pueda alterar significativamente.

De los docentes con grado de licenciatura que hicieron la prueba diagnóstica mencionada arriba, los de las universidades estatales superaron el promedio obtenido por todos, pero solamente profesores de tres de las privadas superaron apenas ese promedio, y siete de las privadas no lo hicieron del todo.

Pero se debe ir al terreno donde se podrían encontrar las soluciones: el sistema de contratación del MEP no permite asegurar calidad y pertinencia profesional. De igual forma, la evaluación del desempeño profesional es exigua; deberá estar en la agenda educativa nacional, a pesar de todas las tensiones sociales y gremiales que esto pueda suponer.

De continuar indefinidamente una contratación sin exigencia y la ausencia de medición del desempeño profesional en la educación, se lesionarían drásticamente los procesos de implementación curricular y el progreso de la enseñanza de las Matemáticas en el país. Y no solo de las Matemáticas, pues es un problema de toda la educación nacional.

Tampoco está fuera de esta ecuación que el país tiene una estructura de la jornada laboral docente que no incluye ni la investigación acción ni la capacitación permanente. Sin duda se debe trabajar en una mejora sustantiva de la formación inicial pero a la vez con mucha fuerza en el progreso de la formación continua. Tomará bastante tiempo para que graduados de universidades con programas de estudio apropiados se incorporen a las aulas. Y mientras tanto la población docente en servicio debe ser preparada, partiendo de la realidad que se tiene. Y es aquí donde la estrategia de capacitación mediante cursos virtuales y acciones regionales específicas será decisiva.

10 El papel de las universidades en el largo plazo

Las universidades poseen una gran responsabilidad en el éxito de la implementación curricular. En el mediano y largo plazo una legión de docentes preparados en los contenidos y métodos del nuevo currículo permitirían afianzar su implementación. Para ello

sería muy importante que se realizaran ajustes en los programas de formación inicial. Lo crucial sería brindar un espacio mayor a la pedagogía específica de las Matemáticas, es decir a aquellos elementos que asocian imbricadamente las Matemáticas con su enseñanza y con un enfoque hacia la acción de aula. La formación inicial no debe supeditarse a un currículo sea cual sea, más bien se trata de que se dote al futuro docente de herramientas que le permitan en su vida profesional realizar la mediación pedagógica en diversos contextos y con posibles distintos currículos. Eso apela sin duda a una preparación de una naturaleza más general. Sin embargo, de alguna manera, los programas de estas universidades deben usar como base el currículo escolar vigente. De lo contrario los graduados de esos programas van a seguir encontrando dificultades para intervenir correctamente en la acción de aula.

El los últimos años las universidades estatales de una u otra manera han realizado cambios para asociar de manera más estrecha la acción en las aulas, los programas escolares nuevos y sus planes de preparación docente. Se esperaría que en los siguientes años estas instituciones aporten docentes con competencias apropiadas que apuntalarían la implementación curricular. Sin embargo, el *tempo* en que estos graduados se van incorporando al servicio no es suficiente para el desarrollo de la reforma. Esta situación obliga a políticas nacionales que aunque tomen en cuenta la participación universitaria fortalezcan la capacitación en servicio. Puesto de otra manera: el Ministerio de Educación Pública debe brindar atención prioritaria y mayores recursos a la formación continua. Asegurar que la actual legión de docentes, con la preparación inicial que hayan recibido, sea cual sea, tengan las mejores condiciones para una gestión de aula congruente con el nuevo currículo escolar. Este es otro énfasis.

Las capacitaciones en servicio se vuelven entonces la principal estrategia. Y esto debe hacerse en plazos bastante perentorios. Por eso, precisamente, las modalidades de capacitación, dentro de las limitaciones en recursos o en facilidades laborales y sociales para realizarlas, deben ajustarse apropiadamente. El PREMCR ha desarrollado capacitaciones respondiendo a este escenario.

Estas condiciones subrayan: por un lado, la necesidad de acudir a modalidades de mayor contenido virtual; por el otro, a robustecer la preparación docente en los centros de trabajo. En cuanto a esto último, tarde o temprano, el país deberá invertir en tiempos de jornada laboral destinados a la investigación, escrutinio de labores y preparación. Es aquí donde puede ser de gran apoyo la experiencia del "Estudio de la lección" como se realiza en países como Japón (Isoda, Stephens, Ohara, & Miyakawa, 2009).

11 Sobre los tiempos para la implementación curricular

La implementación de los nuevos programas escolares tomará tiempo. Se intenta cambiar un paradigma educativo en el país. Y eso no es una tarea fácil. Siempre habrá batallas entre un viejo paradigma que se aferra al pasado y el nuevo. Esta tensión seguirá existiendo hasta que el nuevo se vuelva "normal".

Para asegurar un progreso en la implementación curricular es imprescindible contar con una meta en el futuro que establezca un corte, un punto de balance. ¿Cómo saber si se ha avanzado? Sin duda, la evaluación de las pruebas nacionales dará insumos importantes,

pues resultados con pruebas de mayor pertinencia y demanda cognitiva permitirán trazar balances. Podrían ser instrumentales los exámenes de diagnóstico que realizan varias universidades estatales. Sin embargo, una prueba comparativa internacional como PISA puede brindar una oportunidad de medir el avance, tomar el pulso a la reforma, y ofrecer orientaciones para seguir adelante con ella.

En el 2021 PISA volverá a tener como foco principal matemáticas. Esa puede ser la oportunidad para la medición. En el éxito definitivo de la reforma jugará también que se generen buenos resultados estudiantiles que puedan confrontarse internacionalmente.

Para sacar el mayor provecho a una meta de cara al 2021 habría que asegurar varias cosas, entre ellas: un apoyo fuerte a los equipos nacionales en el MEP encargados de realizar estas pruebas; y dotar de los recursos y condiciones educativas en las diversas regiones para que no existan elementos vulnerables en el desarrollo de esta prueba. Y entonces para que el instrumento usado pueda aportar más elementos que apoyen el progreso de la acción reformadora.

12 El Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

El equipo humano que elaboró el nuevo currículo de Matemáticas es el mismo –aunque ampliado– que participa en este proyecto. La participación relevante de este equipo ha sido un signo distintivo de la reforma. Costa Rica ha podido contar con investigadores de las universidades estatales que durante muchos años han identificado hallazgos en la Educación Matemática nacional e internacional, y que se comprometieron a aportar su trabajo en un proyecto de cambio e implementación curricular. Se ha dado continuidad entre las acciones de elaboración curricular y su realización en el territorio nacional, y eso ha permitido varias cosas: sostener una visión coherente entre currículo y acciones de implementación, construir recursos específicos para la reforma, y nutrir la capacitaciones con la fuerza que ofrece el ser el autor del currículo.

Sin embargo, para un equipo humano no compuesto de funcionarios administrativos de planta en el MEP ha sido complejo encontrar unanimidad social dentro de esta institución para apoyar el desarrollo de sus objetivos y acciones. Su extraña continuidad durante dos administraciones gubernamentales, apoyos esenciales, se explica en parte por la experticia, eficiencia y calidad académica mostradas, y por la lucidez de las autoridades ministeriales, pero también gracias a circunstancias que solo se pueden caracterizar como fortuitas.

De alguna manera esta mezcla de condiciones de oportunidad explican un proceso de reforma educativa exitosa que no es fácil que se pueda repetir en escenarios de otros países en vías de desarrollo. Sin embargo, debe reconocerse, que la continuidad de las acciones en el futuro aun se asocia con la incertidumbre.

En los siguientes años será crucial que el *Proyecto Reforma de la Educación Matemática* pueda seguir desarrollando nuevas acciones que apoyen la irreversibilidad del cambio curricular y que abran otras vías al progreso en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Este proyecto y el apoyo brindado por la Fundación CRUSA si-

guen siendo decisivos en la implementación de la principal reforma curricular que ha emprendido en el país en el siglo XXI.

En la vida social siempre es posible retroceder. Sin embargo el camino que se vislumbra en el horizonte costarricense apoya al optimismo. Falta tiempo aun y muchos esfuerzos, pero de entrada los nuevos pasos que hay que dar se ven ya fortalecidos pues ya se ha dado un avance formidable.

Referencias

- Alfaro, A.L., Alpízar, M., Morales, Y., Ramírez O., & Salas, O. (2013). *La formación inicial y continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. Número especial, Noviembre. Costa Rica. Descargado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/12225>
- Barber, M. & Mourshed, M. (2007). *How the Worlds Best-Performing School Systems Come Out On Top*, McKinsey & Company, Social Sector Office. Descargado de http://www.mckinsey.com/client-service/social_sector/our_practices/education/knowledge_highlights/best_performing_schools.aspx
- Brousseau, G. (1998). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*, Dordrecht: Kluwer Academic Publ.
- Isoda, M., Stephens, M., Ohara, Y. & Miyakawa, T. (Eds.) (2007). *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Departamento de Evaluación (2009). *Reglamento de Evaluación de los aprendizajes*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Dirección de Gestión y Evaluación de la calidad (2010). *Primer informe sobre los resultados de la prueba para los docentes de Matemática. Secundaria*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Dirección de Gestión y Evaluación de la calidad (2011). *Factores asociados al rendimiento en la prueba para docentes de Matemática*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014a). *Documento de Integración de habilidades para Segundo año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>
- Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014b). *Documento de Integración de habilidades para Tercer año de la Educación General*

Básica. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014c). *Documento de Integración de habilidades para Cuarto año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014d). *Documento de Integración de habilidades para Quinto año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014e). *Documento de Integración de habilidades para Sexto año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014f). *Documento de Integración de habilidades para Séptimo año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014g). *Documento de Integración de habilidades para Octavo año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014h). *Documento de Integración de habilidades para Noveno año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014i). *Documento de Integración de habilidades para Décimo año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014j). *Documento de Integración de habilidades para Undécimo año de la Educación General Básica*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.reformamatematica.net/programas/index.php/habilidades>

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014k). *Informe técnico sobre la implementación de los programas oficiales de Matemáticas. Con base en acciones desarrolladas por el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica en la educación primaria y secundaria 2013-2014*. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2014l). *Resumen ejecutivo del Informe técnico sobre la implementación de los programas oficiales de Matemáticas. Con base en acciones desarrolladas por el Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica en la educación primaria y secundaria 2013-2014*. San José, Costa Rica: autor.

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática* [Traducción de Manuel Fernández Reyes]. Sevilla: Sociedad Andaluza para la Educación Matemática "THALES".
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2010). *Making it happen*. Reston, VA, Estados Unidos: autor.
- Organisation for Economic Co-operation and Development OECD (2003). *The PISA 2003 assessment framework – mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.
- Organisation for Economic Co-operation and Development OECD (2005). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. España: Santillana Educación S.L.
- Organisation for Economic Co-operation and Development OECD (2010). *PISA 2012 Mathematics framework*. Descargado de <http://www.oecd.org/dataoecd/8/38/46961598.pdf> el 6 de marzo del 2012.
- Ruiz, A. (1987). Fundamentos para una nueva actitud en la enseñanza moderna de las Matemáticas Elementales. *Boletín de la Sociedade paranaense de matemática*. Vol. VIII (1), Junio, Curitiba, Brasil.
- Ruiz, A. (1990a). *Matemáticas y filosofía. Estudios logicistas*. San José: Editorial de la Universidad de Costa Rica.
- Ruiz, A. (1990b). Matemáticas: una reconstrucción histórico-filosófica para una nueva enseñanza. Publicado en UNESCO. *Educación Matemática en las Américas VII (Actas de la VII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, celebrada en República Dominicana, 12-16 julio 1987)*. Republicado en *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. N. 7. Julio 2011. Costa Rica.
- Ruiz, A. (1992). Las Matemáticas modernas en las Américas, Filosofía de una Reforma, *Educación matemática (Revista Iberoamericana de Educación Matemática)*: Vol. 4, No. 1, Vol. 4, No. 1, abril 1992, México.
- Ruiz, A. (1995a). (Editor). *Historia de las Matemáticas en Costa Rica. Una introducción*. San José, Costa Rica: Edit. UCR, UNA.
- Ruiz, A. (1995b). Fundamentos teóricos e históricos de la reforma de los programas de Matemáticas en la primaria y secundaria costarricenses en 1995. En *Memoria Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en Matemática Educativa*. La Habana, Cuba: agosto de 1995.
- Ruiz, A. (1995c). Constructivismo empírico y filosofía de las matemáticas comentario sobre ideas de Kitcher y Ernest. En *Memoria Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores en Matemática Educativa*. La Habana, Cuba: agosto.
- Ruiz, A. (2000). *El desafío de las Matemáticas*. Heredia, Costa Rica: EUNA. Versión digital descargada de <http://angelruizz.com>.
- Ruiz, A. (2001). Asuntos de método en la Educación Matemática. *Revista Virtual Matemática, Educación e Internet*, Volumen 2, Número 1, Abril, Instituto Tecnológico de Costa Rica (2001). Cartago, Costa Rica. Descargado de: <http://www.itcr.ac.cr/revistamate>
- Ruiz, A. (2003). *Historia y filosofía de las Matemáticas*, San José, Costa Rica: EUNED.

- Ruiz, A. (2011). La lección de matemáticas a través de estudios internacionales con videos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8, Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6950/6636>.
- Ruiz, A. (2013, julio). Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, Número especial, Costa Rica. Descargado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/issue/view/1186>.
- Shimizu, Y. (2007). What are the characteristics of Japanese Lessons Emerged by the International Comparisons? En M. Isoda, M. Stephens, Y. Ohara & T. Miyakawa (Eds.) *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.
- Shimizu, Y. (2009). Characterizing exemplary mathematics instruction in Japanese classrooms from the learner's perspective. *ZDM Mathematics Education* 41:311-318.